課題２の解答

【問題】

飽和した矩形土要素を水平応力一定で、鉛直応力だけを増加させて、水平面および鉛直面には常にせん断応力ゼロとなるような圧縮する試験を行った。

同一の土試料に対して行ったいくつかの試験に関する次の問いに答えよ。

(1) 鉛直応力の増加は体積変化を生じさせないような急速載荷とした試験では，最小主応力 σ_1=250kN/m²，最大主応力 σ_3=100 kN/m² で破壊に至った。この時の間隙水圧は 50kN/m² を計測した。この時の有効力表示のモールの応力円を描け。

(2) 異なる条件で試験を行った結果，最大主応力 σ_1=600 kN/m²，最小主応力 σ_3=250 kN/m² で破壊に至った。この時の間隙水圧は 100kN/m² を計測した。この時の有効力表示のモールの応力円を描け。

(3) (1),(2)で行った２つの試験結果から破壊包絡線を描き，強度定数である内部摩擦角 φ’，有効粘着力 c’を求めよ。

(4) 鉛直応力の増加は間隙水圧が生じないような緩速載荷とする試験を行った。初期の鉛直有効応力、水平応力ともに 100kN/m² であった時，(3)の結果を用いて破壊時の最大主応力の大きさを推定せよ。

【解答】

(1) 全応力で最大主応力 σ_1=250kN/m²，最小主応力 σ_3=100 kN/m² であり、この時の間隙水圧が u=50kN/m² であることから、有効応力での最大主応力、最小主応力はそれぞれ、

$$\sigma_1' = \sigma_1 - u = 250 - 50 = 200 kN/m^2$$
$$\sigma_3' = \sigma_3 - u = 100 - 50 = 50 kN/m^2$$

となる。したがって、モールの応力円は次ページ図（１）のとおりである。

(2) 全応力で最大主応力 σ_1=600kN/m²，最小主応力 σ_3=250 kN/m² であり、この時の間隙水圧が u=100kN/m² であることから、有効応力での最大主応力、最小主応力はそれぞれ、

$$\sigma_1' = \sigma_1 - u = 600 - 100 = 500 kN/m^2$$
$$\sigma_3' = \sigma_3 - u = 250 - 100 = 150 kN/m^2$$

となる。したがって、モールの応力円は次ページ図（２）のとおりである。

(3) （１）、（２）で描いたモールの応力円に接する直線がこの土の破壊基準線である。したがって、破壊包絡線は図（３）のように描かれ、これより図から傾きの角度と切片を読み取ることにより、内部摩擦角 φ’，有効粘着力 c’ が、それぞれ、

c’=15kN/m², φ’=30°

と得られる。

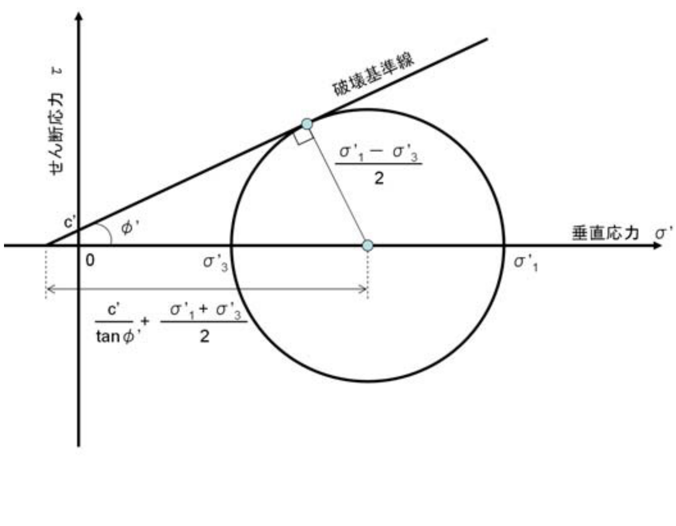
(4) 右図のような幾何学的な関係（直角三角形の性質）を考えると，

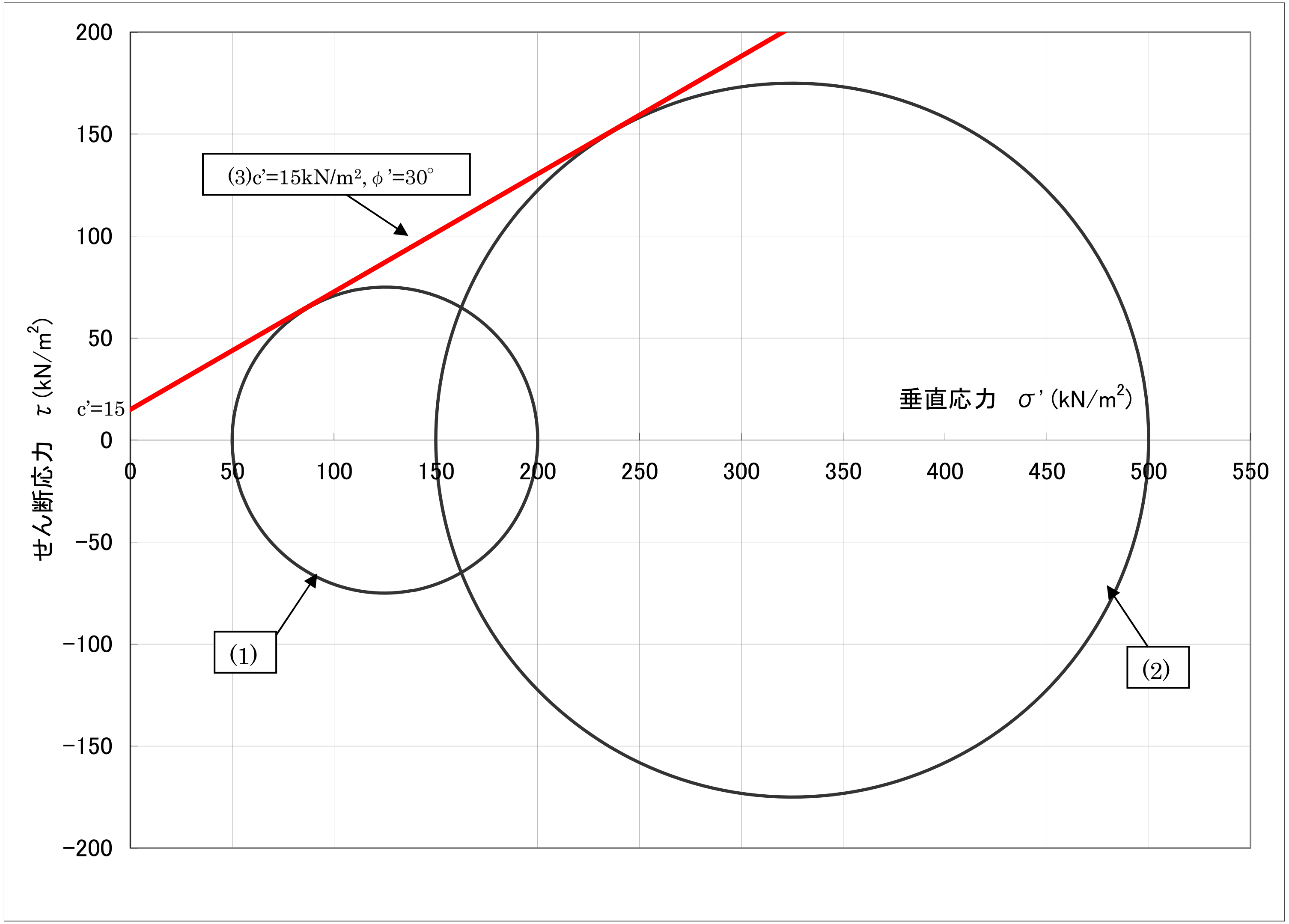
$$\sin\phi' = \frac{\dfrac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2}}{\dfrac{c'}{\tan\phi'} + \dfrac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2}}$$

となる．これを式変形して，

$$\sigma'_1 = \frac{c'\cos\phi + \dfrac{1}{2}(1+\sin\phi')\sigma'_3}{\dfrac{1}{2}(1-\sin\phi')}$$

を得る。これに，c’=15kN/m², φ’=30°，σ’₃=100 kN/m² を代入すると，σ’₁=352 kN/m² を得る。したがって,破壊時の最大主応力は 352 kN/m² である。




(3)c'=15kN/m², φ'=30°
c'=15
(1)
(2)
垂直応力　σ' (kN/m²)
せん断応力　τ (kN/m²)
200
150
100
50
0
-50
-100
-150
-200
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500
550

採点基準：

（１） 講義で習得した知識を理解して正しく解答している。（モールの応力円（2 点×2）、クーロンの破壊基準（3 点）、モールの応力円とクーロンの破壊基準の関係(3 点)） **専門基礎［(II-ii)専門基礎学力］**

（２） 講義で習得した知識を利用して課題に取り組んでいるか。（単に提出しているだけでは×）（設問毎に１点　合計４点）**専門基礎［(II-ii)専門基礎学力］**

（３） 与えられた数値の単位と有効数字を理解し、正確な計算ができている。（できていない場合は１箇所について１点減点、最大６点減点）**基礎力［(II-i)技術者としての基礎力］**

※返却した答案で（１）＋（２）＋（３）の順で採点し、これらを加算した合計点を記載。

【補足】（その１）

モールの応力円がクーロンの破壊基準線に接している場合の次の幾何学的な関係式

$$\sin\phi' = \frac{\dfrac{\sigma'_1-\sigma'_3}{2}}{\dfrac{c'}{\tan\phi'}+\dfrac{\sigma'_1+\sigma'_3}{2}} \quad ・・・・（１）$$

において、$q_f = \dfrac{\sigma'_1-\sigma'_3}{2}$、$p'_f = \dfrac{\sigma'_1+\sigma'_3}{2}$ とおくと、

上の関係式は、

$$\sin\phi' = \frac{q_f}{\dfrac{c'}{\tan\phi'}+p'_f}$$

$$q_f = \left(\frac{c'}{\tan\phi'}+p'_f\right)\sin\phi'$$

$$q_f = c'\cos\phi' + p'_f\sin\phi'$$

と変形できる。この式をモール・クーロンの破壊基準と呼ぶ。あるいは、q_f, p'_f を元に戻した次式も同様である。

$$\frac{\sigma'_1-\sigma'_3}{2} = c'\cos\phi' + \left(\frac{\sigma'_1+\sigma'_3}{2}\right)\sin\phi'$$

このモール・クーロンの破壊基準の式を利用しても、もとの式（１）は同じなので、結局、同じ式を解くこととなり同じ答えを得ることとなる。

別解(4)

破壊時における応力状態は次のモール・クーロンの破壊基準式を満足する。

$$\frac{\sigma'_1-\sigma'_3}{2} = c'\cos\phi' + \left(\frac{\sigma'_1+\sigma'_3}{2}\right)\sin\phi'$$

これを式変形して,

$$\sigma'_1 = \frac{c'\cos\phi + \dfrac{1}{2}(1+\sin\phi')\sigma'_3}{\dfrac{1}{2}(1-\sin\phi')}$$

を得る。これに，c’=15kN/m^2, φ’=30°，σ’$_3$=100 kN/m^2 を代入すると，σ’$_1$=352 kN/m^2 を得る。したがって,破壊時の最大主応力は 352 kN/m^2 である。

【補足】（その２）

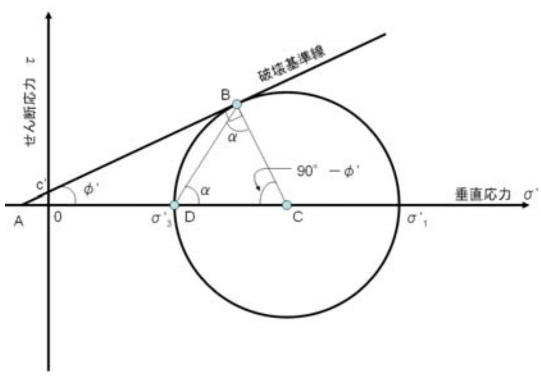
(4)の設問で、作図で破壊時のモールの応力円を描き、それから、破壊時の最大主応力を求めることも可能である。ただし、次の関係を知っておく必要がある。クーロンの破壊基準線にモールの応力円が接している場合、△ABC の∠BCA は、

$$\angle BCA = 90^\circ - \phi'$$

したがって、△DBC が二等辺三角形であるので、図のようにαを用いると、

$$2\alpha + \left(90^\circ - \phi'\right) = 180^\circ \rightarrow \alpha = 45^\circ + \frac{\phi'}{2}$$

となる。つまり、最小主応力の点から角度αの直線を引き、クーロンの破壊基準線との交点が、モールの応力円とクーロンの破壊基準線と接する点である。さらに、この交点を通りクーロンの破壊基準線に直交する直線を引き、この直線とσ’軸との交点が求まる。この交点がモールの応力円の中心となる。中心が得られたので、最小主応力点あるいはクーロンの破壊基準と接する点を通る円を描けば、最大主応力の値を求めることができる。



※破壊面（すべり面）上の応力状態（点 B）は、最大主応力面から角度αだけ傾いた面である。この値は粘着力の大きさには依存しない。

（おわり）