脳味噌の整理：構造力学編

（平成 17 年 6 月 5 日作成）（平成 19 年 4 月 1 日修正）

村上　哲
茨城大学工学部　都市システム工学科　防災・環境地盤工学研究室
murakami@mx.ibaraki.ac.jp

1. 問題の設定

ここに一本の真っ直ぐな棒（長さ L）がある。この棒は、どの部分で切っても同じ断面（面積 A）をもち、均質な材料で作製されている。おもいっきり力を加えると変形はするが、力を戻すと元の形に戻り、とても簡単には壊すことができない材料で出来ている。

今、棒に沿って x 軸をとり、片方の端を原点（$x=0$）とする。長さが L なので、もう片方の端の座標値は $x=L$ となる。原点の端を固定して、$x=L$ の端から x 軸方向の外力 f を作用させたときに生じる変位 Δ を求める方法を考えよう。

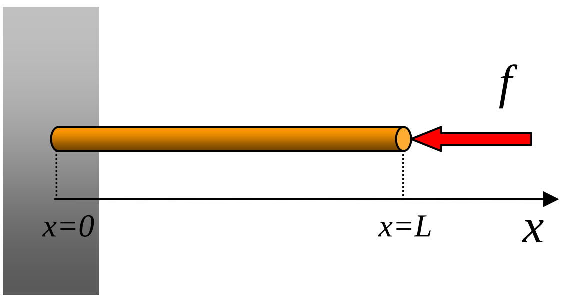

図-1　問題

運動量保存則より導かれる力の釣合い式、ひずみという言葉の定義、応力とひずみ関係式（Hook 則を仮定する）、そして、設定した問題の条件（境界条件）を考えると、物体が満足すべき関係式が次のように列挙される。

力の釣合い式：

$$\frac{d\sigma}{dx}=0 \qquad \text{(a)}$$

境界条件：

$$u_{x=0}=0 \qquad \text{(b1)}$$

$$f=A\sigma_{x=L} \qquad \text{(b2)}$$

変位とひずみの関係式：

$$\frac{du}{dx}=\varepsilon \qquad \text{(c)}$$

応力～ひずみ関係：

$$\sigma=E\varepsilon \qquad \text{(d)}$$

このテキストではこのような関係を満足する解 $\Delta\left(=u_{x=L}\right)$ を求める方法を考えていく。特に、構造力学の不静定問題でよく用いられる方法のいくつかを採り上げ、それらの解法がどんなものか、そして、どのような関係にあるのかを理解することがこのテキストの狙いである。

2. 弱形式による解法（数学的解法）

上記の関係式を満足する解を求めることが、外力 f による棒の変位量を知ることとなる。上記の問題について、数学的な表現でこの問題を書くと、

「**関係式（c）と（d）が満足される条件で、微分方程式（a）を境界条件（b1）と（b2）の下で解け。**」

となる。いわゆる、微分方程式の**境界値問題**である（※境界値問題を微分方程式で記述することを**強形式**による表現という）。

まず、関係式(c)と(d)はひとまず置いておいて、「**微分方程式(a)を境界条件(b1)と(b2)の下で解け。**」ということを考えよう。

任意関数$\eta = \eta(x)$を考え、次の関係式

$$\int_V \frac{d\sigma}{dx}\eta dV + u_{x=0}\eta_{x=0} + \left(f - A\sigma_{x=L}\right)\eta_{x=L} = 0$$

について、任意のηに対して、上式が成り立つためには、力の釣合い式(a)と境界条件(b1),(b2)が成立つことが要求される。すなわち、「**微分方程式(a)を境界条件(b1)と(b2)の下で解け。**」は、この式を満足する解を求める問題となる。左辺第一項は、今、この棒を断面積 A、長さ L の均質な材料を考えているので、上式は、

$$\int_0^L \frac{d\sigma}{dx}\eta A dx + u_{x=0}\eta_{x=0} + \left(f - A\sigma_{x=L}\right)\eta_{x=L} = 0$$

と書ける。この第一項は、部分積分の公式を適用すれば、

$$\int_0^L \frac{d\sigma}{dx}\eta A dx = \int_0^L \frac{d\sigma\eta}{dx} A dx - \int_0^L \sigma \frac{d\eta}{dx} A dx$$

$$= A[\sigma\eta]_0^L - \int_0^L \sigma \frac{d\eta}{dx} A dx$$

$$= A[(\sigma_{x=L}\eta_{x=L}) - (\sigma_{x=0}\eta_{x=0})] - \int_0^L \sigma \frac{d\eta}{dx} A dx$$

したがって、

$$A[(\sigma_{x=L}\eta_{x=L}) - (\sigma_{x=0}\eta_{x=0})] - \int_0^L \sigma \frac{d\eta}{dx} A dx + u_{x=0}\eta_{x=0} + \left(f - A\sigma_{x=L}\right)\eta_{x=L} = 0$$

より、

$$\left(u_{x=0} - A\sigma_{x=0}\right)\eta_{x=0} - \int_0^L \sigma \frac{d\eta}{dx} A dx + f\eta_{x=L} = 0$$

を得る。

任意関数ηを$\eta_{x=0} = 0$なるように選んだとする。すると、上式は、

$$f\eta_{x=L} = \int_0^L \sigma \frac{d\eta}{dx} A dx \qquad \text{(e)}$$

を書ける。

この式は、任意関数ηが$\eta_{x=0} = 0$の下で、微分方程式(a)を満足し、境界条件(b1),(b2)を考慮した積分形の関係式である。この方程式を解くことでも、境界値問題の解を得られる。このように微分方程式を積分形に書き改め、表現されたものを**弱形式**という。書き改めた境界値問題は、「**関係式(c)と(d)が満足される条件で、方程式(e)を解け。**」となる。

弱形式による方程式を使って、具体的な解を得ていこう。任意の位置xにおける変位uは、均質な材料であることから、次のように表されるとする。

$$u = \frac{x}{L}u_{x=L} \qquad \text{(f1)}$$

弱形定式化において導入した任意関数も同様に、

$$\eta = \frac{x}{L}\eta_{x=L} \qquad \text{(f2)}$$

となる任意関数としよう（この式は$\eta_{x=0} = 0$を満足している)。このとき、

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{L}u_{x=L}, \quad \frac{d\eta}{dx} = \frac{1}{L}\eta_{x=L}$$

となることから、

$$\int_0^L \sigma \frac{d\eta}{dx} A dx = \int_0^L E\varepsilon \frac{d\eta}{dx} A dx \quad (\because 式(d)より)$$

$$= \int_0^L E \frac{du}{dx}\frac{d\eta}{dx} A dx \quad (\because 式(c)より)$$

$$= \int_0^L E \frac{1}{L}u_{x=L}\frac{1}{L}\eta_{x=L} A dx \quad (\because 式(f1)\ (f2)より)$$

$$= E\frac{1}{L}u_{x=L}\frac{1}{L}\eta_{x=L} A[x]_0^L$$

$$= \frac{E}{L}u_{x=L}\eta_{x=L}A$$

したがって、式(e)は、

$$f\eta_{x=L} = \frac{E}{L}u_{x=L}\eta_{x=L}A$$

となり、両辺を$\eta_{x=L}$で割った式を整理すると、

$$f = \frac{EA}{L}u_{x=L}$$

ここで、$k = \dfrac{EA}{L}$、$\Delta = u_{x=L}$とおくと、

$$f = k\Delta \qquad \text{(g)}$$

となる。つまり、$x = L$ 点における外力と変位の関係式が得られた。良く知られるバネの力がバネ定数と変位量の積で表せる似た式である。

3. 仮想仕事の原理・仮想変位の原理・単位変位の原理

弱形式による解法では、任意関数ηを考えて問題を解いた。この任意関数は任意の関数であって、物理的な意味を持たせる必要はまったくないわけだが、この任意関数をδuと書き改めて、仮想変位とあたかも物理的な量であるかのように呼ぶことにする。任意関数ηは$\eta_{x=0} = 0$となるものを選んだので，δuもまた$\delta u_{x=0} = 0$を満足しなければならない。

すると、式(e)は次のように書き改められる。

$$f\delta u_{x=L} = \int_0^L \sigma \frac{d\delta u}{dx} A dx \qquad \text{(h1)}$$

あるいは，仮想な変位による仮想ひずみとして、

$$\delta\varepsilon = \frac{d\delta u}{dx}$$

とおいて，

$$f\delta u_{x=L} = \int_0^L \sigma\delta\varepsilon A dx \qquad \text{(h2)}$$

単なる呼び名を代えただけなので、当然のことながら、この関係式から、関係式(c),(d)を考慮することによって、同様な手順により式(g)を導くことができる。

任意関数ηを仮想変位δuにすり替えた式(h)ではあるが、「式(h)の左辺の被積分項

$$\sigma\delta\varepsilon = \sigma \frac{d\delta u}{dx}$$

は、仮想な変位によってなされる内部の単位体積当たりの仕事量を表している。一方、

$$f\delta u_{x=L}$$

は、仮想な変位を生じさせるためにした外力の仕事を表している。」と解釈し、物理的な意味づけを勝手に行った「仮想な変位によって内部になされる仕事と外力がなす仕事に等しくなる。」という**仮想仕事の原理（仮想変位の原理）**となる。

でも結局は、任意関数ηでもよい訳で、「仮想仕事の原理より、・・・」として問題を解くことは、境界値問題を弱形定式化して問題を解いていることと同じである。

仮想変位が任意関数であることから, 実際の変位の大きさでなくてもよい。すなわち、大きさが 1 の単位変位としても差し支えない。これは，仮想変位が 1 となったために、それに対応する仮想ひずみはそれに比例して変化するので、得られる解は変わらないためである。計算を簡単に済ませたいときには、仮想変位を 1 と置けばよい。これを**単位変位の原理**と呼ぶ。あくまで、計算を簡単に済ませるための工夫であることは言うまでもない。

4. 最小仕事の定理・最小ポテンシャルエネルギーの原理

唐突であるが、次の関数を考える。

$$\Phi_u = \int_0^L \frac{1}{2}\sigma\varepsilon A dx - fu \qquad \text{(i1)}$$

ただし、外力fは定数として、関数Φ_uは変位uのみの関数とする。この関数の停留値（極大値あるいは極小値。証明は省略するが、この場合は最小値となる）を与えるuを正解値とする場合、すなわち、

$$\frac{\partial \Phi_u}{\partial u} = 0 \qquad \text{(i2)}$$

を満足す解uにおいて、正解値uより$u + \delta u$だけ微小に変化させたときの関数値の変化量$\delta\Phi_u$は$\delta\Phi_u = 0$を満足する。すなわち、

$$\delta\Phi_u = \delta\left(\int_0^L \frac{1}{2}\sigma\varepsilon A dx\right) - f\delta u$$

$$=\int_0^L \frac{1}{2}\delta\sigma\varepsilon A dx+\int_0^L \frac{1}{2}\sigma\delta\varepsilon A dx - f\delta u$$

$$=\int_0^L \frac{1}{2}\delta(E\varepsilon)\varepsilon A dx+\int_0^L \frac{1}{2}\sigma\delta\varepsilon A dx - f\delta u$$

（∵式(d)より）

$$=\int_0^L \frac{1}{2}E\delta\varepsilon\varepsilon A dx+\int_0^L \frac{1}{2}\sigma\delta\varepsilon A dx - f\delta u$$

$$=\int_0^L \frac{1}{2}\sigma\delta\varepsilon A dx+\int_0^L \frac{1}{2}\sigma\delta\varepsilon A dx - f\delta u$$

（∵式(d)より）

$$=\int_0^L \sigma\delta\varepsilon A dx - f\delta u = 0$$

これは、仮想仕事の原理の式(h2)に一致する。すなわち、関数Φ_uを最小化させる解uを求める問題は、応力・ひずみ関係が式(d)で表される[1]とき、仮想仕事の原理を満足することとなる。このように、式(i1)と設定した関数Φ_uを最小化させる問題が、たまたま仮想仕事の原理に一致する、ひいては、弱形式に一致することから、最初に設定した境界値問題の答えが、たまたま、得られることとなる。

たまたまではあるが、関数Φ_uを最小化させて見出された答えが仕事の式となっているので、このような解法を**最小仕事の定理**と名づけよう。あるいは、次のような力学的なこじつけから、**最小ポテンシャルエネルギーの定理**と呼ぶことにしよう。

$$W=\frac{1}{2}\sigma\varepsilon$$

とおき、Wは単位体積当たりのひずみエネルギーを表しており、

$$\Phi_u=\int_0^L W A dx - fu$$

はエネルギー式のようにも見える。

1 最小ポテンシャルエネルギーの定理あるいは最小仕事の定理において、材料の応力・ひずみ関係が式(d)で表されることを前提としている。この例題では弾性体としているが、応力・ひずみ関係が式(d)と表され、あらゆる変位に対して係数（この場合E）が不変であることが保障されれば。必ずしも弾性体でなくてもよい。

でも結局は、**最小仕事の定理**とか**最小ポテンシャルエネルギーの原理**とか物理的な意味をあたかも持たせた解法ではあるが、弱形式の解法に合うように、関数を設定して問題を解いているに過ぎない。

5. カステリアーノの第1定理

前節で解説した**最小仕事の定理**で用いた関数Φ_uにおいて、

$$U=\int_0^L \frac{1}{2}\sigma\varepsilon A dx$$

とおくと、Uは系全体のひずみエネルギーと呼ばれることになる。このUを用いると、

$$\Phi_u = U - fu$$

となり、**最小仕事の定理**（**最小ポテンシャルエネルギーの原理**）は、この関数Φ_uを最小化する問題、すなわち、次の関係式を満足する解を求める問題となる。

$$\frac{\partial\Phi_u}{\partial u}=\frac{\partial U}{\partial u}-f=0$$

上式を整理すると、

$$f=\frac{\partial U}{\partial u}$$

なる関係が得られる。つまり、系全体でのひずみエネルギーを変位で微分することによって、直ちに外力が求められることが分かる。最小仕事の定理から得られる関係なので、当たり前と言えば当たり前であるが、実はこの関係にも名前がつけられている。**カステリアーノの第1定理**である。

わざわざ名前を付けなくても最小仕事の定理でいいかと思われるが、実は、区別される理由がある。今、考えている例題では、外力は表面力だけである。実際は、これに物体力（重力など）が加わる場合もある。最小仕事の定理で考えたエネルギーは、この物体力を考慮した関数を新たに設定することで対応できる解法で

あるが、**カステリアーノの第１定理**は表面力を直接求めようとするものであるので、物体力が存在すると使えない。

また、**カステリアーノの第１定理**は**最小仕事の定理**を前提としているので、応力・ひずみ関係が式(d)のように表現できるものでなくてはいけないことは当然である。ということは、この解法も最小仕事の定理の範疇であることから、結局、弱形式による解法に合うように問題を設定しているだけ。

6. 再び弱形式

これまでは、棒に外力 f を作用させせたときの変位 Δ を求める問題であった。これを逆に置き換え、棒に変位 Δ を与えたときに作用している外力 f を求める問題を考える。1.で設定した問題に対し，境界条件(b2)が次のように(b3)へ変わる。

力の釣合い式

$$\frac{d\sigma}{dx}=0 \qquad \text{(a)}$$

境界条件

$$u_{x=0}=0 \qquad \text{(b1)}$$

$$u_{x=L}=\Delta \qquad \text{(b3)}$$

変位とひずみの関係式

$$\frac{du}{dx}=\varepsilon \qquad \text{(c)}$$

応力～ひずみ関係

$$\sigma=E\varepsilon \qquad \text{(d)}$$

この問題について、数学的な表現でこの問題を書くと、

「関係式(a)と(d)が満足される条件で、微分方程式(c)を境界条件(b1)と(b3)の下で解け。」

となる。これまでに考えてきた問題とちょっと変わるが、同じく微分方程式の**境界値問題**である。

任意関数 η を考え、微分方程式(c)と境界条件(b1),(b3)の両辺にこの η を乗じて加算すると次式を得る。

$$\int_0^L\left(\frac{du}{dx}-\varepsilon\right)\eta A dx+u_{x=0}\eta_{x=0}A+\left(u_{x=L}-\Delta\right)\eta_{x=L}A=0$$

任意の η に関して上式が成り立つためには、微分方程式(c)と境界条件(b1),(b3)が成り立つことが強要される。すなわち、今考えている境界値問題の弱形式である。

上式を変形すると、

$$\int_0^L\frac{du}{dx}\eta A dx-\int_0^L\varepsilon\eta A dx$$
$$+u_{x=0}\eta_{x=0}A+\left(u_{x=L}-\Delta\right)\eta_{x=L}A=0$$

ここで、第一項が、

$$\int_0^L\frac{du}{dx}\eta A dx=\int_0^L\frac{du\eta}{dx}A dx-\int_0^L u\frac{d\eta}{dx}A dx$$

$$=A\left[u\eta\right]_0^L-\int_0^L u\frac{d\eta}{dx}A dx$$

$$=u_{x=L}\eta_{x=L}A-u_{x=0}\eta_{x=0}A-\int_0^L u\frac{d\eta}{dx}A dx$$

となるので、

$$u_{x=L}\eta_{x=L}A-u_{x=0}\eta_{x=0}A-\int_0^L u\frac{d\eta}{dx}A dx-\int_0^L\varepsilon\eta A dx$$
$$+u_{x=0}\eta_{x=0}A+\left(u_{x=L}-\Delta\right)\eta_{x=L}A=0$$

を得る。整理して、

$$\int_0^L\varepsilon\eta A dx+\int_0^L u\frac{d\eta}{dx}A dx-\Delta\eta_{x=L}A=0$$

である。今、任意関数として，

$$\frac{d\eta}{dx}=0$$

となるように選んだとき，

$$\int_0^L\varepsilon\eta A dx=\Delta\eta_{x=L}A$$

なる関係式が得られる。

関係式(d)を適用すると、

$$\int_0^L\frac{\sigma}{E}\eta A dx=\Delta\eta_{x=L}A$$

となり、

$$\frac{\sigma}{E}\eta_{x=L}LA=\Delta\eta_{x=L}A$$

$$\frac{\sigma}{E}AL = \Delta A$$

ここで， $k = \dfrac{EA}{L}$、 $f = \sigma A$ とおけば、

$$f = k\Delta \qquad \text{(g)}$$

が得られる。

7. 補仮想仕事の原理・仮想力の原理・単位荷重の定理

弱形式による解法では、任意関数 η を考えて問題を解いた。この任意関数は任意の関数であって、物理的な意味を持たせる必要はまったくないわけだが、この任意関数を $\delta\sigma$ と書き改めて、仮想応力とあたかも物理的な量であるかのように呼ぶことにする。また， $\delta f = A\delta\sigma$ と置き仮想力と呼ぶことにしよう。任意関数 η は $d\eta/dx = 0$ となるものを選んだので， $\delta\sigma$ もまた $d\delta\sigma/dx = 0$ を満足しなければならない。

すると、式(e)は次のように書き改められる。

$$\int_0^L \varepsilon\delta\sigma A dx = u_{x=L}\delta f \qquad \text{(j)}$$

単なる呼び名を代えただけなので、当然のことながら、この関係式から、関係式(a),(d)を考慮することによって、同様な手順により式(g)を導くことができる。

任意関数 η を仮想応力 $\delta\sigma$ と仮想力 δf にすり替えた式(j)ではあるが、「式(j)の左辺の被積分項

$$\varepsilon\delta\sigma = \varepsilon\frac{\delta f}{A}$$

は、仮想な力によってなされる内部の単位体積当たりの仕事量を表している。一方、

$$u_{x=L}\delta f$$

は、仮想な外力がなす仕事を表している。」と解釈し、物理的な意味づけを勝手に行った「仮想な外力による仕事は、内部になされる仕事に等しくなる。」という補**仮想仕事の原理（仮想力の原理**）となる。

でも結局は、任意関数 η でもよい訳で、「仮想力の原理より、・・・」として問題を解くことは、境界値問題を弱形定式化して問題を解いていることと同じである。

仮想外力が任意関数であることから，実際の荷重の大きさでなくてもよいので、大きさが 1 の単位外力としても差し支えない。これは，仮想外力が 1 となったために、それに対応する仮想な外力によって生じる仮想な応力はそれに比例して変化するので、得られる解は変わらないためである。計算を簡単に済ませたいときには、仮想外力を 1 と置けばよい。これを**単位荷重の原理**と呼ぶ。あくまで、計算を簡単に済ませるための工夫であることは言うまでもない。

8. 最小コンプリメンタリエネルギーの原理

さて、だんだん話が見えてきたことを期待する。4 で導入した同じような関数を考える。

$$\Phi_f = \int_0^L \frac{1}{2}\sigma\varepsilon A dx - fu \qquad \text{(k1)}$$

ただし、変位 u は定数として、関数 Φ_u は外力 f のみの関数とする。この関数の停留値を与える f を正解値とする場合、すなわち、

$$\frac{\partial \Phi_u}{\partial f} = 0 \qquad \text{(k2)}$$

を満足す解 f において、正解値より $f + \delta f$ だけ微小に変化したときの関数値の変化量 $\delta\Phi_f$ は $\delta\Phi_f = 0$ を満足する。すなわち、

$$\begin{aligned}
\delta\Phi_f &= \delta\left(\int_0^L \frac{1}{2}\sigma\varepsilon A dx\right) - \delta f u \\
&= \int_0^L \frac{1}{2}\delta\sigma\varepsilon A dx + \int_0^L \frac{1}{2}\sigma\delta\varepsilon A dx - \delta f u \\
&= \int_0^L \frac{1}{2}\delta\sigma\varepsilon A dx + \int_0^L \frac{1}{2}\sigma\frac{\delta\sigma}{E} A dx - \delta f u
\end{aligned}$$

（∵式(d)より）

$$=\int_0^L \frac{1}{2}\delta\sigma\varepsilon Adx+\int_0^L \frac{1}{2}\frac{\varepsilon}{E}\left(E\delta\sigma\right)Adx-\delta fu$$

$$=\int_0^L \frac{1}{2}\delta\sigma\varepsilon Adx+\int_0^L \frac{1}{2}\delta\sigma\varepsilon Adx-\delta fu$$

（∵式(d)より）

$$=\int_0^L \delta\sigma\varepsilon Adx-\delta fu=0$$

これは、仮想力の原理の式(j)に一致する。すなわち、関数Φ_fを最小化させる解fを求める問題は、応力・ひずみ関係が式(d)で表される[2]とき、仮想力の原理を満足することとなる。このように、関数Φ_fを最小化させる問題が、たまたま仮想力の原理に一致する、ひいては、弱形式に一致することから、最初に設定した境界値問題の答えが、たまたま、得られることとなる。

関数Φ_fがエネルギーのような式となっていることからこの関数Φ_fはコンプリメンタリエネルギーと呼ばれ、これを最小化して解を見出すことを最小コンプリメンタリエネルギーの原理といわれる。コンプリメンタリとは“相補的な”という意味である。

でも結局は、弱形式の解法に合うように、関数を設定して問題を解いているに過ぎないので、“コンプリメンタリ”という言葉に深く囚われすぎなくてもよい。

8. カステリアーノの第２定理

前節で解説した**最小コンプリメンタリエネルギーの定理**で用いた関数Φ_fにおいて、

$$U=\int_0^L \frac{1}{2}\sigma\varepsilon Adx$$

とおくと、Uは系全体のひずみエネルギーと呼ばれることになる。このUを用いると、

$$\Phi_f=U-fu$$

となり、**最小コンプリメンタリエネルギーの定理**は、この関数Φ_fを最小化する問題、すなわち、次の関係式を満足する解を求める問題となる。

$$\frac{\partial\Phi_f}{\partial f}=\frac{\partial U}{\partial f}-u=0$$

上式を整理すると、

$$u=\frac{\partial U}{\partial f}$$

なる関係が得られる。つまり、系全体でのひずみエネルギーを外力で微分することによって、直ちに変位が求められることが分かる。**最小コンプリメンタリエネルギーの定理**から得られる関係なので、当たり前と言えば当たり前であるが、実はこの関係にも名前がつけられている。**カステリアーノの第２定理**である。

わざわざ名前を付けなくても**最小コンプリメンタリエネルギーの定理**でいいかと思われるが、**カステリアーノの第１定理**同様区別される理由がある。理由は同じで、物体力（重力など）を考慮していない点である。**最小コンプリメンタリエネルギーの定理**は、この物体力を考慮した関数を新たに設定することで対応できる解法であるが、**カステリアーノの第２定理**は表面力を直接求めようとするものであるので、物体力が存在すると使えない。

また、**カステリアーノの第２定理**は**最小コンプリメンタリエネルギーの定理**を前提としているので、応力・ひずみ関係が式(d)のように表現できるものでなくてはいけない。ということは、この解法もコンプリメンタリエネルギーの原理の範疇であることから、結局、弱形式による解法に合うように問題を設定しているだけである。

---

[2] 最小コンプリメンタリエネルギーの原理において、材料の応力・ひずみ関係が式(d)で表されることを前提としている。この例題では弾性体としているが、応力・ひずみ関係が式(d)と表され、あらゆる変位に対して係数（この場合 E）が不変であることが保障されれば。必ずしも弾性体でなくてもよい。

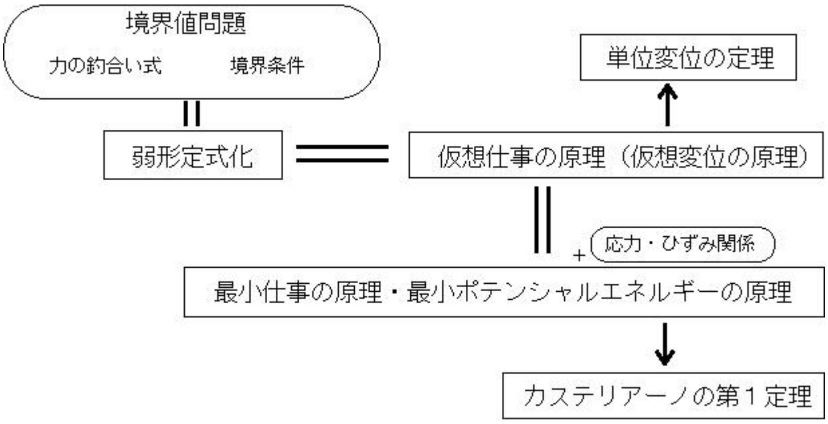

図-2　前半部のまとめ

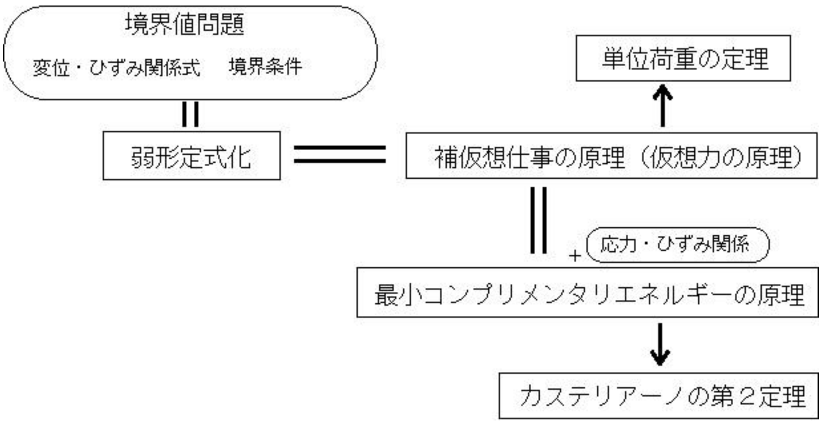

図-3　後半部のまとめ

9. まとめ

単純な問題を設定して、構造力学の不静定問題を解くときによく使われる“なんとかの原理”、“ちょめちょめの定理”[3]について考えた。これらの解法は、結局は、微分方程式を境界条件で解く境界値問題を弱形定式化する解法に包括されるようである（図-2, 3 参照）。より一般性を持たせるためには、単純化された問題ではなく、普遍的な境界値問題を設定して議論すべきであることはいうまでもない。しかし、このテキストの狙いは、それぞれの解法の相互関係が分かることである。そうすることで頭の中がすっきりしてくるだろう。それを期待する。また、テキストの中では構造力学で使われる解法が、物理量をでっち上げて、あたかも世紀の発見のように見せた代物であるかのごとく書いたことを最後にお詫びする。これらの名称は、すばらしい命名であり、構造力学を学んでいる学生にとっては、力学現象と関連づけて解法を覚えるためには必要不可欠である。「1192（いいくに）つくろう、鎌倉幕府」のように。

※ このテキストに関するご批判・ご指摘をいただけると幸いです。ご遠慮なく著者までご連絡ください。

[3] 「定理」とは、公理や定義で証明できる命題. ある理論体系において、その公理や定義をもとにして証明された命題で、それ以降の推論の前提となるもの。「原理」とは、根本を成す法則. 事物・事象が依拠する根本法則。基本法則。ちなみに、「公理」とは数学で証明なしに真実と認められた根本の仮定.